Denis Morency

De: no-reply@www.usherbrooke.ca
Envoyé: 23 février 2015 13:46
À: Sciences-CentreImpression@USherbrooke.ca
Objet: COMMANDE EXAMENS
Pièces jointes: Intra2015.pdf

TYPE-EXAMEN	INTRA
SIGLE-COURS	PHQ210
TITRE-COURS	Phénomènes ondulatoires
PROFESSEUR	Jeffrey Quilliam
DATE-HEURE	mercredi 25 février 2015, 8h30 - 10h20
AUTORISE-PAR	
NOMBRE-PAGES	4
NOMBRE-COPIE-PROF	30
IMPRESSION-QUESTIONNAIRE	Recto-verso broché
NOMBRE-FEUILLES-BLANCHES	
NOMBRE-PAPIER-GRAPHIQUE	
NOMBRE-CAHIERS	60
POSSESSION-VEILLE	1
CONSENTEMENT-AGES	1
REMARQUES	
E-MAIL	
FIRST-NAME	
LAST-NAME	
NICK-NAME	
SPAMSHIELD	true

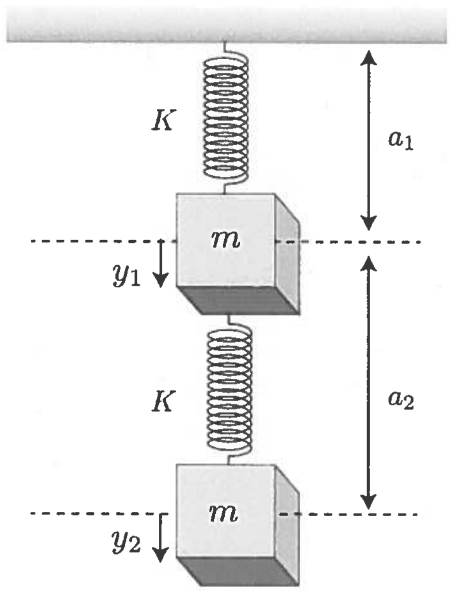
PHQ210 – Examen Intra

Professeur : Jeffrey Quilliam **Date** : mercredi 25 février 2015
Local : D2-2037 **Durée** : 8h30 – 10h20

Aucune documentation n'est permise.

Question 1 (25 points)

Deux blocs identiques de masse m sont suspendus au plafond par des ressorts de raideur K tel qu'indiqué à la figure ci-dessous. Les ressorts ont une longueur libre (avant étirement ou compression) a_0.



(a) Obtenir les longueurs des ressorts en équilibre, a_1 et a_2, avant que le système soit mis en mouvement.

(b) À $t = 0$, les deux masses sont mises en mouvement vertical libre. $y_1(t)$ et $y_2(t)$ représentent les déplacements des masses par rapport à leurs positions d'équilibre. Établir les équations du mouvement de y_1 et y_2.

(c) Présenter ces équations en notation vectorielle.

(d) Identifier les valeurs propres (les fréquences) et les vecteurs propres (les modes) du système d'équations différentielles.

(e) Donner l'expression générale du mouvement de chacun des blocs, $y_1(t)$ et $y_2(t)$.

(f) On a l'état initial du système suivant : $y_1(0) = h$, $y_2(0) = 0$, $\dot{y}_1(0) = 0$ et $\dot{y}_2(0) = v$. Donner une expression pour le mouvement de chaque masse.

(g) Dessiner l'équivalent électrique de ce système mécanique en justifiant.

Question 2 (25 points)

(a) Trouver la transformée de Fourier, $F(\omega)$, de la fonction

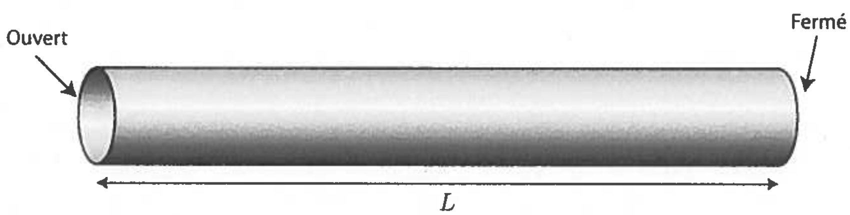
$$f(t) = \begin{cases} A\sin(\omega_0 t), & |t| \leq \Delta \\ 0, & |t| > \Delta \end{cases}$$

c'est-à-dire une impulsion carrée modulée par une fonction oscillatoire.

(b) Dessiner les parties réelle et imaginaire de $F(\omega)$.

Question 3 (25 points)

On considère des ondes acoustiques dans un tube de longueur L, *ouvert* à $x = 0$ et *fermé* à $x = L$.



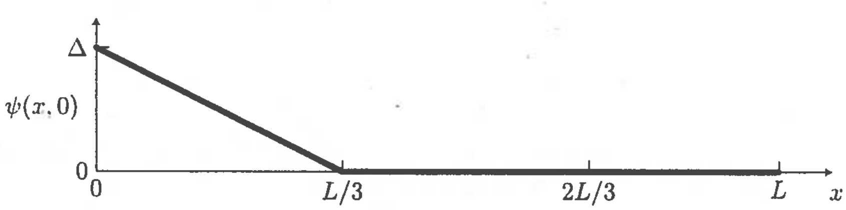
Le déplacement d'air est donné par $\psi(x,t)$ et le changement de pression (par rapport à la pression ambiante) est

$$p(x,t) = -\frac{1}{\beta}\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

(a) Sachant qu'il est difficile à pressuriser l'air là où le tube est ouvert et difficile à déplacer l'air là où il est fermé, quels modes sont permis dans cette géométrie?

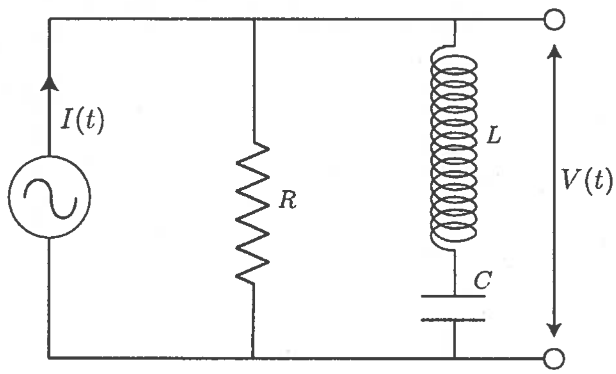
(b) Écrire la solution générale pour $\psi(x,t)$ dans le tube.

(c) Maintenant on considère le déplacement initial, $\psi(x,0)$, illustré à la figure suivante. Trouver la solution, $\psi(x,t)$, spécifique à cet état initial.



Question 4 (25 points)

Considérer le circuit RLC suivant :



(a) Quelle est l'impédance complexe du circuit, Z, auprès de la source de courant?

(b) Pour une source de courant, $I(t) = I_0 e^{i\omega t}$, la tension a la forme $V(t) = V_0(t)e^{i\omega t}$. Trouver V_0.

(c) Exprimer V/I par une amplitude (le module) et une phase.

(d) Pour une source de courant, $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$, trouver la tension, $V(t)$. Quelle est l'amplitude de $V(t)$?

(e) Quelle est la tension, $V_C(t)$, à travers le condensateur?

Relations Utiles

Intégrales :

$$\int x \sin x dx = \sin x - x \cos x$$

$$\int x \cos x dx = \cos x + x \sin x$$

Identités trigonométriques :

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

Transformée de Fourier et transformée de Fourier inverse :

$$\mathcal{F}\{f\}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{F\}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega$$

Oscillations transverses dans une corde sous tension :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \frac{T_0}{\rho}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$$

Oscillations acoustiques dans une colonne d'air :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \frac{1}{\beta\rho_0}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$$

Impédances :

$$Z_R = R \quad Z_C = \frac{1}{i\omega C} \quad Z_L = i\omega L$$