Examen intra-trimestriel

Chapitres 1 à 6

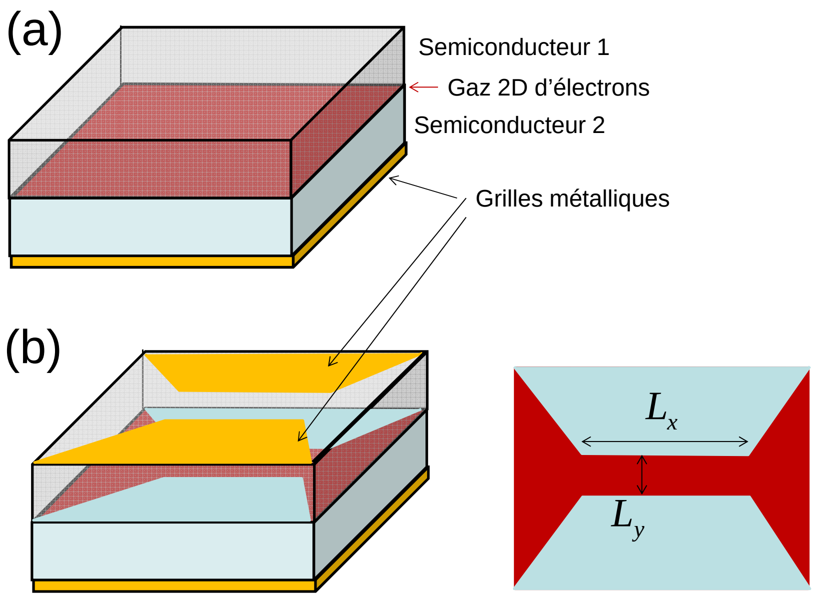
Note importante : Vous avez le droit d'utiliser une feuille synthèse de 8.5" $\times$11" écrite seulement sur le recto de tout ce que vous voulez de la matière incluant les chapitres 1 à 6. Vous pouvez (devrez) aussi utiliser une calculatrice.

1 - Transition 2D à 1D d'un métal 30

Il est possible de produire des gaz bidimensionnels (2D) d'électrons à l'interface entre deux semiconducteurs différents. La réorganisation des niveaux électroniques des deux semiconducteurs à proximité de l'interface provoque la création d'un puits de potentiel où peuvent être piégés des électrons fournis grâce à un dopage adéquat des deux semiconducteurs. La Figure 1-1(a) montre une telle structure (obtenue avec des couches minces) où la zone rouge à l'interface s'étend normalement sur toute la surface de l'échantillon.

Une électrode métallique arrière (aussi appelée grille) peut être utilisée pour contrôler la densité électronique dans le puits de potentiel en appliquant un voltage qui aide à peupler ou dépeupler en électrons la zone en interface. D'autres grilles sur la face opposée (le dessus) permettent de contrôler davantage les zones où il y aura ou non des électrons. Avec de telles grilles, on peut confiner les électrons déjà contraints dans un plan à un canal très étroit comme illustré à la Fig. 1-1(b).

Figure 1-1



Dans ce qui suit, nous tenterons d'évaluer la largeur du canal requis pour provoquer une transition d'un comportement 2D à un comportement 1D. Pour faire ceci, nous supposerons que notre métal en 2D est en fait un réseau rectangulaire d'atomes identiques espacés de a suivant x et de b suivant y, le cristal 2D étant de longueurs $L_x = N_x a$ suivant x et $L_y = N_y b$ suivant y. Chaque atome peut libérer α électrons grâce au contrôle via une grille (arrière).

Question A [5 pts] : Montrez que la densité d'états pour ce gaz 2D d'électrons est donnée par $g_{2D} = \frac{mL_xL_y}{\pi\hbar^2}$.

Question B [5 pts] : En utilisant le résultat précédent, montrez que l'énergie de Fermi en 2D est donnée par $E_{F,2D} = \frac{\alpha}{ab}\frac{\pi\hbar^2}{m}$.

Question C [5 pts] : Supposons maintenant que le canal défini par les grilles métalliques du dessus est de largeur L_y suffisamment petit pour entraîner une transition d'un métal 2D à un métal 1D. Montrez que la densité d'états de ce métal 1D de longueur $L_x = N_x a$ est donnée par $g_{1D} = \frac{2L_x}{\pi}\left(\frac{m}{2\hbar^2}\right)^{1/2}\frac{1}{E^{1/2}}$.

Question D [5 pts] : En utilisant le résultat précédent, montrez que l'énergie de Fermi en 1D est donnée par $E_{F,1D} = \frac{\alpha^2\pi^2\hbar^2}{8ma^2}$.

Question E [10 pts] : En utilisant certains des résultats précédents, montrez

que la transition du métal 2D à un métal 1D se produit lorsque $L_y < \frac{4a}{\alpha}$.

---

2 - Structures et Cristallographie - I 20

Le La_2CoMnO_6 possède une structure orthorhombique avec $a \neq b \neq c$ et $\alpha, \beta, \gamma = 90°$ avec $a = 5.4Å$, $b = 5.5Å$ et $c = 7.8Å$.

Question A [3 pts] : Définissez les paramètres de réseau $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ de cette structure cristalline suivant les vecteurs unitaires selon les axes orthogonaux x, y et z.

Question B [3 pts] : Déduisez les vecteurs du réseau réciproque $\vec{a}^*$, $\vec{b}^*$ et $\vec{c}^*$.

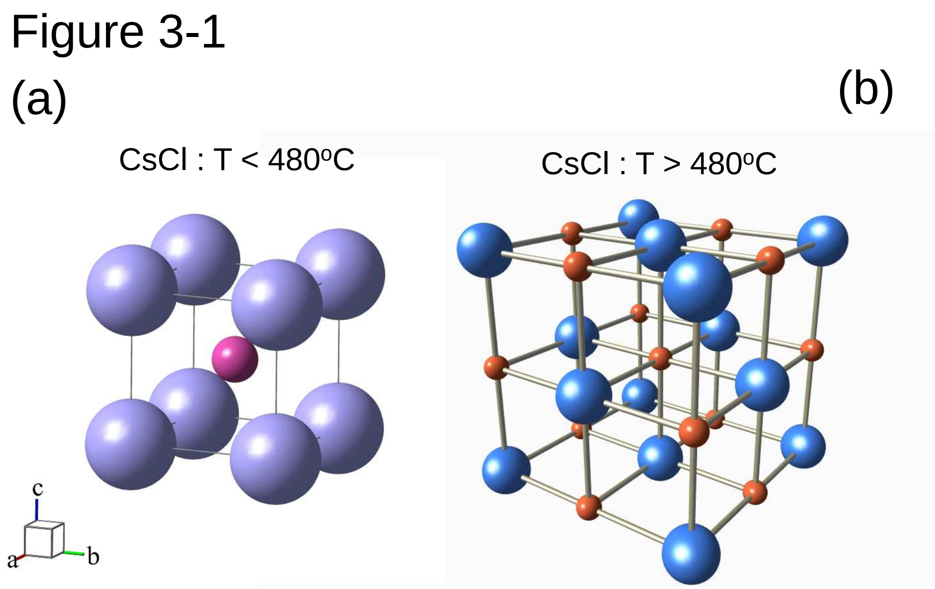
Question C [10 pts] : Montrez que la distance interplan d_{hkl} pour ce matériau est donnée par : $d_{hkl} = \left(\left(\frac{h}{a}\right)^2 + \left(\frac{k}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{c}\right)^2\right)^{-1/2}$.

Question D [4 pts] : En utilisant la loi de Bragg, évaluez l'angle de diffraction 2θ attendu pour la réflexion $(hkl) = (111)$ si la longueur d'onde des rayons X incidents est $\lambda = 1.5406$Å (la raie $k_{\alpha 1}$ du cuivre).

---

3 - Structures et Cristallographie - II 20

Le CsCl formé d'une structure cubique simple à deux atomes présentée à la Figure 3-1(a) se transforme autour de 480°C en la structure du NaCl constituée de deux sous-réseaux cubiques à faces centrées décalés tel qu'illustré à la Figure 3-1(b). Cette transformation peut être suivie *in situ* par diffraction des rayons X qui révèle alors le changement de symétrie cristalline.



Question A [3 pts] **: Pour ces deux structures, trouvez le nombre d'atomes de chaque espèce dans les mailles cubiques définies à la Fig. 3-1.**

Question B [5 pts] **: Pour ces deux structures, déduisez les positions $\vec{R}_j$ de tous les atomes de la base.**

Question C [10 pts] **: Pour ces deux structures, déduisez le facteur géométrique de la maille F_{hkl}.**

Question D [2 pts] **: Comparez les résultats et commentez sur ce qui doit être observé dans les spectres de diffraction des rayons X à la transition structurale du CsCl mentionnée plus haut.**

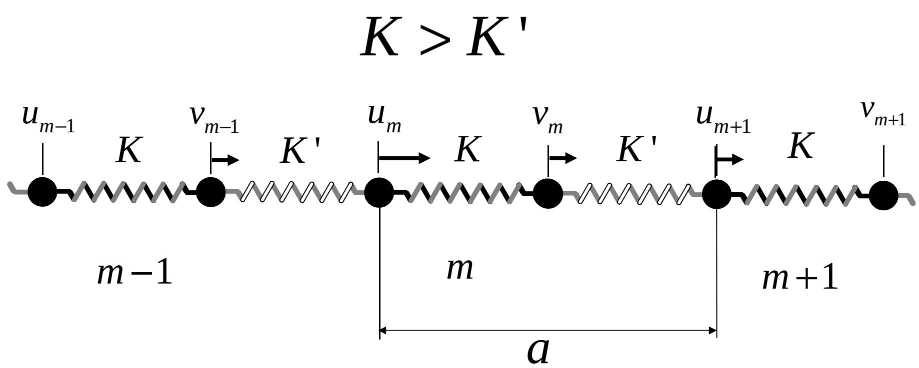
---

4 - Modes de vibration 30

Dans ce problème, nous revisiterons les modes de vibration d'un réseau unidimensionnel constitué d'une chaîne d'atomes identiques (même masse), mais dont l'interaction d'un atome avec les voisins à gauche et à droite diffèrent (valeurs différentes de K et

K'). La Figure 4-1 illustre une telle chaîne d'atomes dont la longueur d'une maille (à deux atomes) est a.

Figure 4-1



Question A [20 pts] **: En ne considérant que les modes longitudinaux, trouvez la relation de dispersion $\omega(Q)$ dans une telle condition. Montrez que l'on conserve bien deux branches tout comme ce que nous avions obtenu pour des masses différentes M_1 et M_2 et une constante de rappel K identique pour tous les liens.**

Question B [10 pts] **: Trouvez les solutions pour $Q = 0$ et $Q = \frac{\pi}{a}$. En supposant que $K > K'$, tracez grossièrement l'allure de la relation de dispersion $\omega(Q)$ des deux branches en indiquant les valeurs des cas limites pour $Q = 0$ et $Q = \frac{\pi}{a}$.**